

JUNIO 2024

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

1. El examen consta de seis ejercicios, de los cuales se resolverán únicamente tres (cualesquiera).
2. En caso de intentar resolver más de tres ejercicios, se corregirán únicamente los tres primeros que aparezcan en el cuadernillo del examen.
3. La puntuación máxima de cada ejercicio es de 2,5 puntos (dentro de cada ejercicio, la puntuación máxima de cada apartado se indica entre corchetes). La nota del examen será el resultado de dividir por 0,75 la suma de la puntuación obtenida en los tres ejercicios.
4. Se valorará positivamente la explicación de los diferentes pasos seguidos en la resolución de cada ejercicio, así como la claridad de exposición. No se admitirá ningún resultado que no esté debidamente justificado.
5. Queda prohibido el uso de calculadoras gráficas y/o programables, así como el de cualquier dispositivo con capacidad de almacenar y/o transmitir datos.
6. Los teléfonos móviles deberán estar apagados durante el examen.

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Una empresa de jardinería necesita adquirir 300 kg de tierra, 200 kg de piedras decorativas y 100 kg de semillas para completar un proyecto de diseño de jardines. Al comparar precios entre dos proveedores, A y B, obtiene las siguientes ofertas: El proveedor A le ofrece un precio total de 13000 €. El proveedor B, que está ofreciendo descuentos por renovación de inventario, reduce el precio de la tierra a un tercio del ofrecido por el proveedor A, el de las piedras decorativas a la mitad, y el de las semillas a un quinto, resultando en un ahorro de 8800 € respecto al precio total ofrecido por el proveedor A. Además, se sabe que para el proveedor A, el precio por kg de semillas es dos veces la suma de los precios por kg de tierra y piedras decorativas.

- A. [0,9 PUNTOS] Plantee el sistema de ecuaciones que permita calcular el precio por kilogramo de la tierra, las piedras decorativas y las semillas en el proveedor A.
- B. [0,8 PUNTOS] Analice la compatibilidad de dicho sistema.
- C. [0,8 PUNTOS] Resuélvalo.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

La editorial "EcoReads", comprometida con la sostenibilidad ambiental, planea lanzar dos colecciones de libros: una de guías prácticas sobre sostenibilidad y una colección de libros de cocina vegetariana. Cada guía práctica genera un beneficio de 5 € y cada libro de cocina vegetariana aporta un beneficio de 4 €. Para la producción de estos libros, la editorial emplea dos tipos de papel ecológico: papel reciclado de alta calidad y papel de fibras de bambú. La impresión de una guía requiere 60 g de papel reciclado y 20 g de papel de bambú, mientras que cada libro de cocina vegetariana necesita 70 g de papel reciclado y 10 g de papel de bambú. La editorial tiene a su disposición 4000 g de papel reciclado y 800 g de papel de bambú para su próxima producción. Además, para garantizar una diversificación del catálogo, la editorial decide que se deben publicar al menos 10 libros de cocina vegetariana.

- A. [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
- B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.
- C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántos ejemplares de cada colección debería publicar la editorial para maximizar sus beneficios?
- D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

Dada la función
$$f(x) = \begin{cases} ax + 2, & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 3x + 5, & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ \frac{x-b}{x^2+1}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- A. [1,5 PUNTOS] Determine los valores de los parámetros a y b para los cuales la función es continua en todo su dominio.
- B. [1 PUNTO] Calcule la integral definida $I = \int_0^2 f(x)dx$

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Dada la función
$$f(x) = \frac{2x^2 + 4x + 2}{x - 2}$$

- A. [0,25 PUNTOS] Obtenga los puntos de corte con los ejes OX y OY.
- B. [1 PUNTO] Identifique las asíntotas de la función.
- C. [1,25 PUNTOS] Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

Un profesor ha determinado que el tiempo que sus estudiantes tardan en completar un examen sigue una distribución normal con una desviación típica de 10 minutos. A partir de una muestra de 100 estudiantes seleccionados al azar, se calcula que el tiempo medio necesario para completar un examen es de 90 minutos.

- A. [1,25 PUNTOS] Calcule el intervalo de confianza del 93 % para el tiempo medio que los estudiantes tardan en completar un examen.
- B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el número mínimo de estudiantes que habría que considerar para que el error al estimar el tiempo medio empleado en completar un examen, con un nivel de confianza del 97 %, sea de 2 minutos?

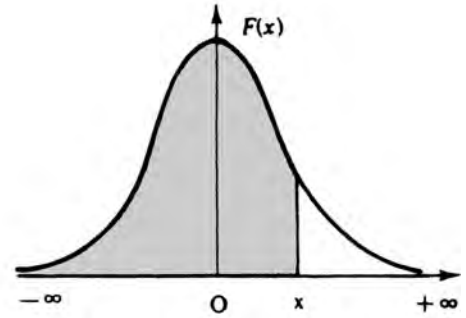
Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

En un instituto, se sabe que el 45 % de los estudiantes practican algún deporte, el 30 % participan en actividades artísticas y el 25 % están involucrados en actividades de voluntariado. Además, se sabe que el 60 % de los estudiantes que practican deportes, el 40 % de los que participan en actividades artísticas y el 20 % de los que están involucrados en actividades de voluntariado también son miembros del consejo estudiantil. Si se escoge al azar un estudiante:

- A. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que practique deporte y sea miembro del consejo estudiantil?
- B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante participe en actividades artísticas y no sea miembro del consejo estudiantil?
- C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante sea miembro del consejo estudiantil?
- D. [0,75 PUNTOS] Si un estudiante no es miembro del consejo estudiantil, ¿cuál es la probabilidad de que participe en actividades de voluntariado?

Distribución normal

$$F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

[illegible]